



GERENCIA DE DIVISIÓN ESTUDIOS
GERENCIA DE ANÁLISIS MACROECONÓMICO

PRODUCTIVIDAD TOTAL DE FACTORES, COSTO DE LA ENERGÍA Y PRODUCTO TENDENCIAL*

Autores: Gonzalo Echavarría
Javier García-Cicco
Claudio Soto

Diciembre de 2009

I. Introducción

La medición del producto tendencial requiere contar con dos series que no son directamente observables: el stock de capital y la productividad total de factores (PTF). La primera se construye generalmente a partir del método del inventario permanente, usando datos de inversión y asumiendo una tasa de depreciación fija. Las medidas usuales de PTF son computadas por medio de residuos de Solow, utilizando datos de PIB, el stock de capital construido y las horas trabajadas efectivas (ajustadas por calidad de la mano de obra). No obstante, una caracterización más completa tanto del capital como de la productividad debiese considerar la contribución de otros factores productivos, como la energía. En Chile, la evolución de la energía ha cobrado especial relevancia, por cuanto se han producido restricciones cuantitativas y su precio ha aumentado de forma notable.

En esta minuta se exploran las implicancias de considerar el uso de la energía y su costo para el cómputo del stock de capital y de la productividad y, consecuentemente, en el cálculo del PIB tendencial, lo que se realiza utilizando dos aproximaciones que no son necesariamente excluyentes. Primero, se construye una medida de PTF, incluyendo explícitamente el uso de la energía en la función de producción agregada de la economía. Se agrega una medida de horas trabajadas y una medida estándar para el stock de capital (la cual se construye asumiendo que la tasa de depreciación es constante en el tiempo). A partir de esta función de producción extendida se computa residualmente la PTF de la manera habitual. Segundo, se utiliza un modelo semi-estructural, con la función de producción extendida, y se considera que el capital se deprecia a una tasa variable en el tiempo, la cual es función del precio de la energía. La elasticidad de la tasa de depreciación al precio de la energía se estima empíricamente junto con otros parámetros relevantes de la función de producción. Luego, a partir de datos de inversión, producto, consumo energético y horas trabajadas se infiere el stock de capital y PTF coherentes con estos supuestos.

Los principales resultados que se obtienen son los siguientes:

- Al incorporar la energía en la función de producción, se obtiene una PTF que, en promedio entre el 2005 y 2008, podría haber crecido entre 0,5 y 1,3% por sobre la

* Se agradecen comentarios y colaboración de Felipe Córdova, Juan Pablo Medina, Roque Montero y Marcela Urrutia.



estimación tradicional con una función de producción tipo Cobb-Douglas. Este resultado depende de manera crucial de la elasticidad de sustitución de la energía y del valor agregado en la función de producción.

- Si se asume que el capital puede depreciarse a una tasa que es función del precio de la energía, entonces se concluye que la tasa de crecimiento del capital podría ser menor que lo obtenido con las metodologías tradicionales. La diferencia promedio entre el 2005 y 2008 es en torno a 1%.
- Teniendo en cuenta este ajuste del capital, entre el 2005 y 2008, el producto tendencial podría haber crecido en promedio 0,3 puntos porcentuales más, y en torno a 0,7 más en el segundo trimestre del 2008 si el precio de la energía se hubiese mantenido en su promedio histórico.¹

II. Marco Analítico y Resultados

El punto de partida es una función de producción para el sector Resto de la economía (suma de todos los sectores productivos distintos de Minería, Pesca y Electricidad, Gas y Agua) que tiene la forma:

$$Y_t^b = A_t \left[\gamma^{\frac{1}{\theta}} (K_t^\alpha L_t^{1-\alpha})^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\gamma)^{\frac{1}{\theta}} (ENER_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}},$$

donde Y^b es el valor bruto de producción, $ENER$ denota el uso de la energía, K y L el capital y trabajo efectivo, y A la productividad total de factores. El parámetro θ mide la elasticidad de sustitución entre la energía y el valor agregado (representado por $K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$), mientras que $1-\gamma$ mide la importancia relativa de la energía, por lo que $\gamma = 1$ representa la función de producción usual. Dada esta función de producción, la razón óptima para la utilización de energía es inversamente proporcional a su costo relativo:

$$\frac{ENER_t}{K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \left(\frac{P_{E,t}}{P_t} \right)^{-\theta},$$

donde $P_{E,t}$ representa el precio de la energía y P_t el índice de precios asociado con el valor agregado. Esta especificación indica que el ratio de energía a valor agregado es proporcional al precio relativo de la energía. Los datos parecen verificar esta relación (Figura 1).² Estos datos también sugieren que aumentos en el costo de la energía podrían haber disminuido su intensidad de uso.

Una vez que se tienen valores para los parámetros θ , γ y α y se tienen series para el valor bruto de producción, el trabajo, el capital y la energía, la PTF se computa residualmente a partir de la siguiente expresión:

$$A_t = Y_t^b \left[\gamma^{\frac{1}{\theta}} (K_t^\alpha L_t^{1-\alpha})^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\gamma)^{\frac{1}{\theta}} (ENER_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

¹ En adelante se hace referencia a los valores hasta el segundo trimestre del 2008, justo antes de que se desatara la crisis financiera internacional.

² Detalles sobre los datos utilizados se encuentran en el apéndice.



En general, se cuenta con medidas de valor bruto de producción (que se puede estimar a partir de cifras de cuentas nacionales), empleo y consumo energético. Para la serie de stock de capital, el método tradicional contempla su estimación a partir del método del inventario perpetuo donde el capital viene dado por:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$$

donde I_t denota la inversión. Esta metodología presupone que el parámetro de depreciación δ es constante en el tiempo. Cuando se computa la PTF, utilizando este supuesto de depreciación constante para la construcción de la serie de capital, la medida de PTF puede variar significativamente si se considera la energía como insumo productivo (Figura 2).³ También, puede observarse que los resultados son altamente sensibles a elasticidad de sustitución entre el valor agregado y el consumo energético.⁴

Hasta aquí, la única diferencia con el enfoque tradicional es la inclusión de la energía en la función de producción, utilizando la misma serie construida para el capital la cual asume una tasa de depreciación constante. Esta metodología tiene al menos dos limitaciones. Por un lado, si la forma usual de computar el stock de capital se considera apropiada para una función de producción que no incluye la energía, esta misma serie no necesariamente es congruente con la inclusión de la energía como insumo. Esto es porque, en el segundo caso, la energía afecta la productividad marginal del capital y por ende, para una misma serie observada de inversión, el stock inferido de capital debiera ser diferente para las distintas funciones de producción, independiente del supuesto de depreciación.

Por otro lado, el supuesto de depreciación de capital constante también debe ser revisado una vez que se tiene en cuenta el uso de la energía. En particular, se podría especificar que el capital evoluciona de acuerdo con:

$$K_t = [1 - \delta(p_{e,t})]K_{t-1} + I_t,$$

donde la tasa de depreciación $\delta(p_{e,t})$ es una función del precio relativo de la energía (i.e. $p_{e,t} \equiv P_{e,t} / P_t$). Esta función intenta capturar, de forma reducida, el impacto que la energía tiene en el stock disponible de capital. Por un lado, considerando que un uso mayor de energía implicará una utilización mayor del capital instalado, la derivada de esta función pudiese ser negativa. Por otro lado, y en línea con lo observado tras el shock energético de mediados de esta década, un aumento en el precio de la energía no solo incrementa la inversión en el sector energético (no considerada en la medida de stock de capital resto, K_t), sino que también puede generar que muchas de las tecnologías utilizadas en diversas industrias queden rápidamente

³ Se asume un valor para $\gamma = 0,97$ y $\alpha = 0,52$.

⁴ Estimando una regresión con el consumo de la energía como variable dependiente en función del precio de la energía, del valor bruto de producción en el sector resto y otros controles se infiere un coeficiente de elasticidad en torno a 0.15. En los ejercicios subsiguientes mostraremos estimaciones adicionales basadas en un modelo semi-estructural.



obsoletas y tengan que ser reemplazadas, por lo que el signo de esta derivada podría ser negativo.

De este modo, se estima un modelo semi-estructural (el cual se presenta en el apéndice, así como también el método de estimación) utilizando series para el valor agregado del PIB resto, horas trabajadas, inversión en el sector resto, consumo de energía y el precio relativo de la energía, considerando al capital como variable inobservable determinada de forma endógena, y permitiendo que la depreciación varíe con el precio de la energía.

Entre los parámetros estimados se encuentran la elasticidad de sustitución entre energía y valor agregado y la derivada de la depreciación con respecto al precio.⁵ La Tabla 1 presenta los resultados para estos dos coeficientes, así como también sus intervalos de confianza. Puede observarse que el valor estimado para la elasticidad de sustitución es cercano cero, indicando una gran complementariedad entre la energía y los demás factores productivos. Adicionalmente, se observa que el proceso de estimación asigna un valor generalmente positivo a la derivada $\delta'(p_{e,t})$, con una elasticidad estimada de 0,016.

La Figura 3 reporta la tasa de crecimiento anual del stock de capital inferido por el modelo, así como también la serie de capital construida con el método de inventario permanente que se utiliza en el enfoque tradicional. Además, se muestra un stock de capital inferido en un ejercicio contrafactual, que asume que el precio relativo de la energía se mantuvo constante en su media muestral.

Puede observarse como el capital inferido, cuando se considera una depreciación que varía con el precio de la energía, es significativamente distinto del que se construyó con el método tradicional de depreciación constante. En particular, entre el primer trimestre del 2005 y el segundo trimestre del 2008, el promedio de crecimiento anual del capital es cercano a 6% cuando se asume depreciación constante, mientras que es cercano a 5% en el caso general. Más aún, esta diferencia se ha acentuado en los últimos años (en el último dato, con la medición tradicional el crecimiento anual del capital es 6,6%, mientras que con la medida alternativa es 4,2%). Puede observarse también que en el ejercicio contrafactual que mantiene el precio constante, el crecimiento del capital es más parecido al medido con la metodología tradicional.

En términos de la PTF, la Figura 1 muestra la serie inferida en el proceso de estimación. Se observa que esta medida difiere de la computada con la metodología habitual de residuos de Solow antes descrita, siendo generalmente más alta que las medidas discutidas previamente. Esto se explica por la diferencia en el stock de capital inferido por el modelo y por la elasticidad de sustitución baja que se estimó con esta metodología.

Finalmente, dada la diferencia en el stock de capital entre el caso inferido y el contrafactual que asume un precio constante, la Figura 4 muestra la diferencia entre el crecimiento del producto tendencial contrafactual y el inferido. En particular, puede observarse que las diferencias han sido significativas a partir del 2005, con una discrepancia promedio, entre el 2005 y el 2008, de aproximadamente 0,3 puntos porcentuales, la que se amplía a un valor en torno a 0,7 en el segundo trimestre del 2008.

⁵ El resto de los parámetros estimados se presenta en el apéndice.



III. Conclusión

El objetivo de esta minuta es mostrar que considerar el uso de la energía y sus costos puede tener efectos no triviales en la inferencia de la PTF, el stock de capital y, últimamente, en el cálculo del producto tendencial. Por un lado, se mostró que incluir el consumo energético como insumo productivo cambia significativamente la medición del la PTF. Además, utilizando un modelo semi-estructural para estimar el stock de capital, los resultados muestran que puede haber diferencias significativas, particularmente si se tiene en cuenta que el costo energético puede afectar la depreciación del capital. Finalmente, se utilizó el modelo para realizar un ejercicio contrafactual que asume un precio constante, mostrándose que bajo este escenario alternativo, la acumulación de capital hubiese sido mayor a partir del 2005, lo cual hubiese generado un crecimiento tendencial mayor.

De este modo, si bien el modelo presentado es muy estilizado, particularmente el supuesto que vincula la depreciación y el precio de la energía, los resultados indican que es necesario explorar esta relación de manera más rigurosa, para entender el impacto que el costo de la energía tiene en la productividad y crecimiento de largo plazo de la economía.

Figuras y Tablas

Figura 1: Insumos productivos y precio de la energía

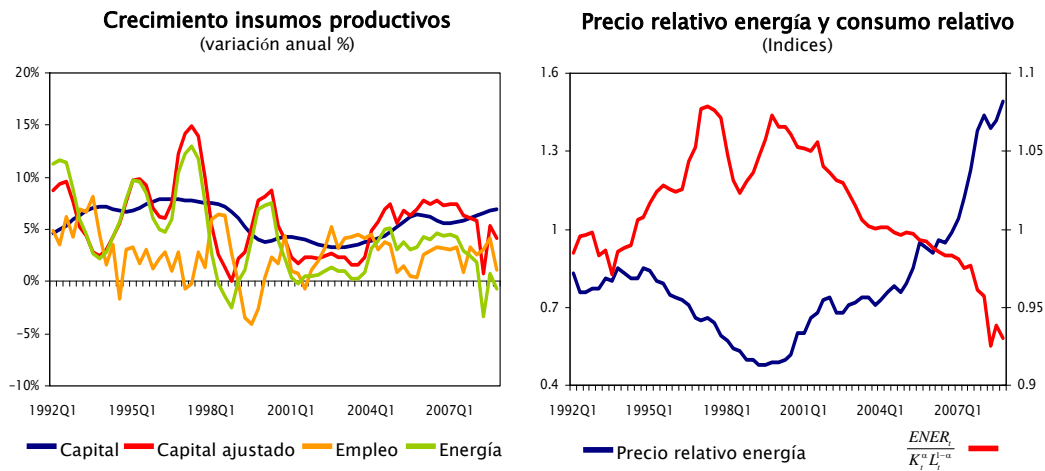




Figura 2: Productividad Total de los Factores

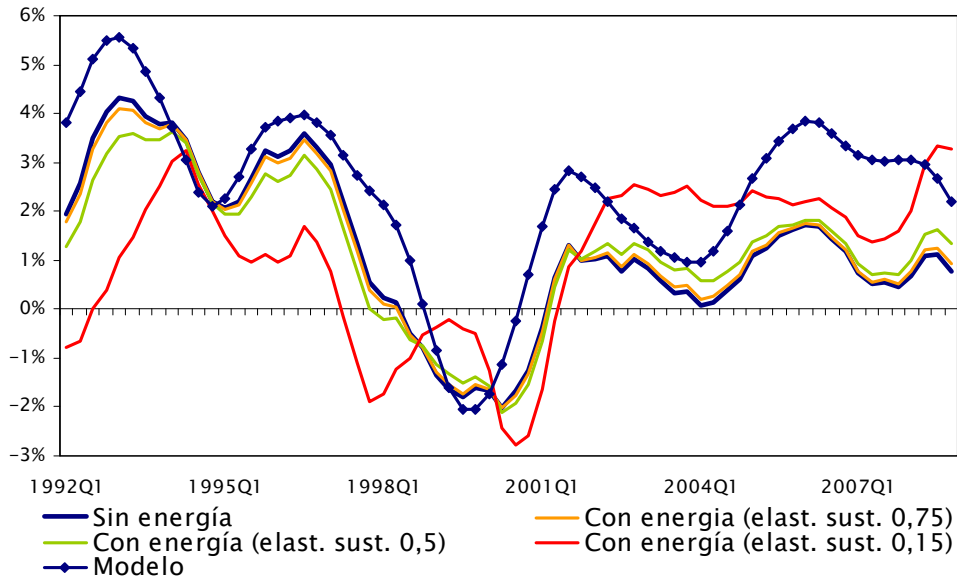


Tabla 1: Parámetros estimados seleccionados

Parámetro	Media	I.C. 95%
θ	0,039	[0,01;0,07]
$\delta'(p_e)$	0,016	[-0,03;0,0,6]

Nota: Se reporta la media de la distribución estimada, así como los intervalos de confianza de 95%.

Figura 3: Stock de Capital Resto (variación porcentual anual)

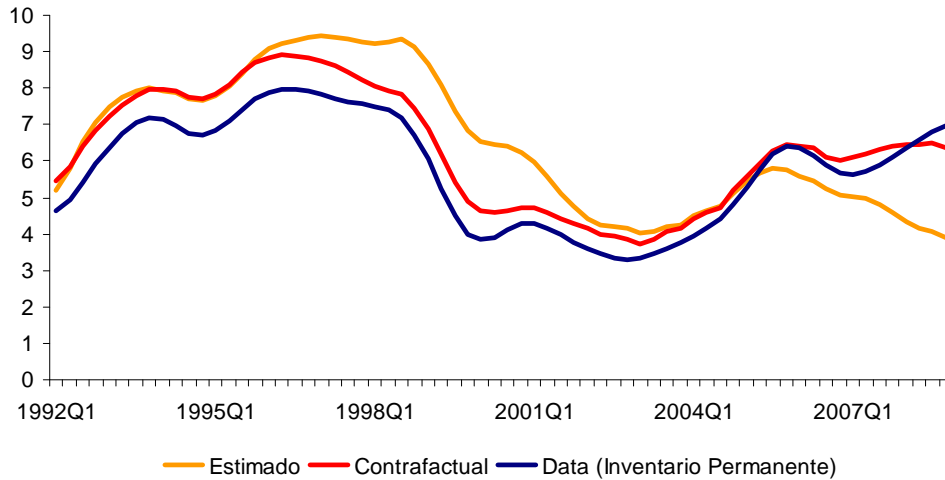
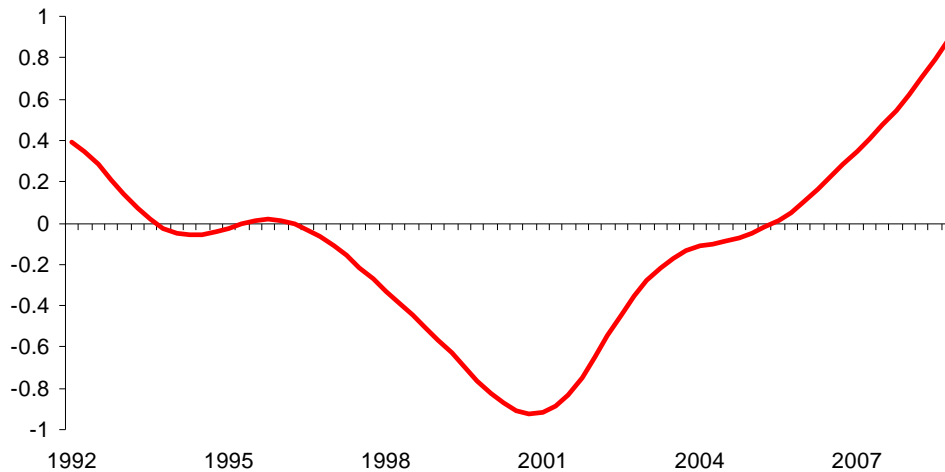




Figura 4: Producto bruto potencial estimado vs. contrafactual (diferencia del promedio móvil de 2 años de la variación porcentual anual)



Apéndice

Fuente de Datos

La muestra utilizada es trimestral entre 1992.I y 2008.IV.

Los datos de consumo energético son del Balance Nacional de Energía (BNE) de la Comisión Nacional de Energía (CNE). El BNE identifica la producción, las importaciones, las exportaciones, las pérdidas y el consumo de energía.

El precio relativo de la energía corresponde al precio monómico de la energía eléctrica (fuente CNE) dividido por el IPCX1.

Las horas trabajadas efectivas se construyen como la multiplicación de tres series: empleo privado resto (corresponde al empleo total, menos los programas de empleo más los subsidios a la contratación), horas de trabajo efectivas (series del INE) y escolaridad (serie construida en base a “Indicadores Económicos y Sociales de Chile: 1960 – 2000” (<http://www.bcentral.cl/publicaciones/estadisticas/informacion-integrada/iei03.htm>) e información de los CENSOS de 1960, 1992 y 2002.

Las horas trabajadas de tendencia se construyen como el producto de las siguientes series: fuerza de trabajo de tendencia (se obtiene del crecimiento efectivo de la población de hombres y mujeres, fuente INE), empleo de tendencia (se asume una tasa de desempleo de 8%), horas trabajadas de tendencia (filtro HP de la serie horas trabajadas) y escolaridad de tendencia (filtro HP de la serie escolaridad).

La construcción del stock de capital resto de sectores trimestral desde 1986, se realiza a partir de información de distinta índole:

- Stock de capital resto de sectores anual 1996-2005 a partir de “Stock de capital en Chile (1985-2005) metodología y resultados”, serie de estudios económicos estadísticos N° 63. la medida se obtiene descontándole al stock total de el economía los sectores (1) Agropecuario-Silvícola y Pesca; (2) Minería y (3) Electricidad, Gas y Agua.
- Stock de capital resto de sectores anual 1992-1995: Se obtiene a partir de la extrapolación de la serie de stock total y de los sectores de oferta del punto anterior.



Para la extrapolación del stock total, se utiliza el método de inventarios perpetuos basada en la FBCF total. Para la extrapolación del stock de capital de los sectores de oferta se asume una tasa de variación anual constante correspondiente al crecimiento promedio del PIB de esos sectores en el periodo⁶ (1992-1995). La serie resto se obtiene por la diferencia de ambas extrapolaciones.

- Stock de capital resto de sectores anual 2006 en adelante: Se extrapola el stock de capital de los sectores de oferta a partir del gasto en inversión contenida en el Catastro de la Corporación de Bienes de Capital.⁷ El stock de capital total se extrapola a partir del método de inventarios perpetuos basado en la FBCF total⁸.
- Finalmente la serie se trimestraliza mediante extrapolación.

La formación bruta del sector resto se obtiene a partir de la de capital resto, utilizando como tasa de depreciación el promedio móvil inferido del stock de capital e inversión agregados.

Modelo Semi-Estructural y Estimación

El modelo considera las siguientes ecuaciones. Por un lado, la función de producción esta dada por

$$Y_t^b = A_t \left[\gamma^{\frac{1}{\theta}} (K_t^\alpha L_t^{1-\alpha})^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\gamma)^{\frac{1}{\theta}} (ENER_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}.$$

donde $ENER$ denota el uso de la energía, K y L el capital y horas trabajadas, y A la productividad total de factores. La productividad total de factores contiene un componente transitorio y otro permanente, de modo que:

$$A_t = z_t X_t^\alpha$$

donde z_t y $x_t \equiv X_t / X_{t-1}$ siguen procesos exógenos estacionarios.

La energía se asume importada, con el precio relativo $p_{e,t}$ siendo una variable exógena. La demanda de energía esta dada por la condición de primer orden de las firmas:

$$\frac{ENER_t}{K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} (p_{e,t})^{-\theta}.$$

El PIB resto está definido como el valor agregado, el cual en este caso es:

$$PIBR_t = Y_t^b - p_{e,t} ENER_t.$$

⁶ Se utiliza este supuesto para evitar movimientos tendenciales de la productividad en los sectores de oferta en un período donde no se dispone de información sectorial del capital.

⁷ Este catastro recoge la información de los principales proyectos. Parece razonable ocupar esta información en los sectores mineros y energético, dado que por su naturaleza, están más concentrados y por lo tanto, mejor representados en este catastro.



La oferta de trabajo está determinada por la condición de optimalidad intra-temporal de los individuos:

$$MPL_t = C_t \phi_0 L_t^{\phi_1} v_t,$$

donde MPL_t denota la productividad marginal del trabajo y v_t es un shock estacionario a la oferta del trabajo.

La inversión y el consumo están definidos por:

$$I_t = K_{t+1} - [1 - \delta(p_{e,t})]K_t,$$

$$C_t = PIBR_{t+1} - I_t - \frac{\varphi}{2} \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} - x \right)^2,$$

donde $\delta(p_{e,t}) = \delta_0 + \delta_1(p_{e,t})^2$ es la depreciación, y el parámetro φ mide la importancia de costos de ajuste a la inversión.

Finalmente, la decisión de acumulación de capital esta determinada por la ecuación de Euler inter-temporal

$$1 + \varphi \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} - x \right) = \beta_t E_t \left\{ \frac{C_t}{C_{t+1}} \left[MPK_{t+1} + 1 - \delta(p_{e,t+1}) + \varphi \frac{K_{t+2}}{K_{t+1}} \left(\frac{K_{t+2}}{K_{t+1}} - x \right) - \frac{\varphi}{2} \frac{K_{t+2}}{K_{t+1}} \left(\frac{K_{t+2}}{K_{t+1}} - x \right)^2 \right] \right\}$$

donde MPK denota la productividad marginal del capital y β_t es un shock a las preferencias intertemporales.

Con la excepción del precio de la energía, para el resto de los shocks (z_t, x_t, v_t y β_t) se asumen procesos AR(1) con errores normales. Para $p_{e,t}$ se asume un proceso AR(2), ya que esta es la especificación preferida según el criterio BIC en un análisis univariado de esta serie. El modelo es resuelto con una aproximación log-lineal de las condiciones de equilibrio en torno al sendero de crecimiento balanceado.

Algunos parámetros del modelo son calibrados, asumiendo una calibración trimestral. La tasa de crecimiento del shock permanente de productividad en el estado estacionario (x) se fija en 5% anual. El parámetro β , que representa el valor de estado estacionario del shock β_t , corresponde al factor de descuento de los agentes y es calibrado de modo de obtener una tasa de interés real de 3% anual. El valor del precio relativo en estado estacionario se asume igual al valor promedio observado para esta variable en la muestra considerada (0,81). El parámetro δ_0 se fija de modo que la depreciación sea igual a 4% anual, un valor generalmente utilizado en estudios relacionados. El coeficiente γ se computa suponiendo que el *share* de la energía en el producto bruto es de 3%. Finalmente, α es calibrado a 0,52, valor utilizado generalmente en estudios relacionados para Chile, mientras que ϕ_0 se elige de modo que el valor de las horas trabajadas en estado estacionario iguale al promedio de esta variable observado en los datos.

El resto de los parámetros es estimado con un enfoque máximo verosímil utilizando métodos de MCMC. Esta metodología permite, en particular, caracterizar la distribución de muestra



pequeña de los parámetros sin la necesidad de utilizar una distribución asintótica simétrica, la cual es inadecuada para algunos de los parámetros cuyo soporte es un intervalo preestablecido; en nuestro caso, por ejemplo, la elasticidad de sustitución. Además, este método es particularmente útil para explorar una función de verosimilitud que puede tener muchos máximos locales.

Se construye la función de verosimilitud (a través del filtro de Kalman) usando como variables observables las tasas de crecimiento del valor agregado del PIB resto, de la inversión en el sector resto y del consumo de energía (medido como el consumo en el Sistema Interconectado Central), así como también las horas trabajadas efectivas (restada una tendencia lineal), y el precio relativo de la energía (precio monómico sobre IPCX1). Finalmente, además de los parámetros del modelo, se estiman las volatilidades de cuatro errores de medición asociados con las cuatro primeras variables. La Tabla A.1 reporta el valor medio de la distribución estimada de los parámetros así como el intervalo de confianza al 95%.

Tabla A.1: Parámetros Estimados

Parámetro	Media	I.C. 95%	
θ	0,039	0,013	0,072
φ	13,675	3,438	19,588
ϕ_1	18,124	15,074	19,885
δ_1	0,016	-0,028	0,064
ρ_x	0,555	0,293	0,794
σ_x	0,018	0,013	0,022
ρ_z	0,811	0,585	0,971
σ_z	0,015	0,012	0,018
ρ_β	0,881	0,788	0,955
σ_β	0,013	0,005	0,024
ρ_v	0,857	0,742	0,954
σ_v	0,185	0,141	0,232
σ_{PIB}^{me}	0,005	0,001	0,008
σ_{INV}^{me}	0,012	0,001	0,019
σ_L^{me}	0,007	0,005	0,009
σ_{ENER}^{me}	0,007	0,006	0,007
ρ_{pe}^1	1,316	1,145	1,465
ρ_{pe}^2	-0,340	-0,492	-0,168
σ_{pe}	0,047	0,041	0,054

Nota: Basado en 500,000 realizaciones aleatorias de la cadena de Markov que caracteriza la distribución de parámetros.